

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В КОМПЬЮТЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ (MATHCAD)

Аскерова Тамилла Ахмед кызы, Канбарова Сахиба Ибрахим кызы

Резюме

В статье рассматриваются компьютерные математические системы. Основной целью научного направления компьютерной математики является достижение решения всех видов математических вычислений с высокой точностью в автоматическом и диалоговом режиме с использованием теоретических, методических, аппаратных и программных средств. Система линейных уравнений решается в Mathcad методами Крамера, Гаусса, матричными методами. Одним из основных преимуществ системы ее применение, развитие и интеграция в образовании.

IMPLEMENTATION OF SOLUTIONS TO SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN COMPUTER MATHEMATICAL SYSTEMS (MATHCAD)

Asgerova Tamilla Ahmed, Qenberova Sahibe Ibrahim

Summary

The article deals with computer mathematical systems. The main goal of the scientific direction of computer mathematics is to achieve the solution of all types of mathematical calculations with high accuracy in automatic and interactive mode using theoretical, methodological, hardware and software tools. The system of linear equations is solved in Mathcad by Cramer, Gauss, matrix methods. One of the main advantages of the system was its application and development in education.

Rəyçi: dos. Verdiyeva G.Z.

Informatika kafedrasının 23 may 2022-ci il tarixli iclasın 05 sayılı protokolu

Daxil olma tarixi 11 aprel 2022-ci il

UOT:372.0:002

ALQORİTMLƏRİN ANALİZİNİN ƏSASLARI

Babayeva Şəkər Maarif qızı

Gəncə Dövlət Universiteti

shakarbabayeva@mail.ru

Xülasə: Əsl kompüter mütəxəssisi hesablama texnikasının müxtəlif sahələrinə aid olan əsas alqoritmlərin standart yığımı haqqında təsəvvürü olmalıdır və o, yeni alqoritmləri tərtib etməyi və onların effektivliyini analiz etməyi bacarmalıdır. Eyni məsələnin həlli üçün müxtəlif alqoritmlər qurmaq olur. Alqoritmlərin analizi bizə alqoritm seçilməsi üçün alətdir.

Cari məqalə alqoritmlərin analizi prosesinin əsaslarına həsr edilmişdir. Alqoritmlərin analizi istifadə olunan kompüter və proqramlaşdırma dilindən asılı deyil. Alqoritm effektivliyinin analizinin iki növü mövcuddur : vaxt effektivliyi və tutum effektivliyi. Hal hazırda əsas diqqət alqoritm vaxt effektivliyinə yetirilir. Alqoritmlərin effektivliyi n ölçüdə giriş verilənlərin

emalında yerinə yetirəcəyi əsas (baza) əməliyyatların sayı ilə qiymətləndirilir. Alqoritmlərin analizinin əsas məqsədi alqoritmın yerinə yetirilməsi vaxtının giriş verilənlərin sonsuzluğa yaxınlaşanda artma sürəti tərtibinin təyin edilməsidir.

Açar sözlər: alqoritmlərin analizi, alqoritmın effektivliyi, vaxt effektivliyi, tutum effektivliyi, giriş verilənlərin ölçüsü, baza əməliyyatlar, artma sürəti.

Ключевые слова: анализ алгоритмов, эффективность алгоритмов, временная эффективность, пространственная эффективность, размерность входных данных, базовая операция, порядок роста.

Key words: analysis of algorithms, algorithm efficiency, time efficiency, space efficiency, basic operation, order of growth.

Universitet təliminin əsas məqsədi qoyulmuş məsələlərin sərbəst həlli vərdişlərinin tələbələrə yaradılmasıdır. Ona görə informatika proqramı çərçivəsində keçilən fənlərin içərisində “Alqoritmlərin hazırlanması və analizi” fənni bu məqsədə ən yaxşı cavab verir, çünki o, tələbələrə məsələ həllinin spesifik vərdişlərini inkişaf etdirir.

Alqoritmləri nə üçün öyrənmək lazımdır? Əsl kompüter mütəxəssisi üçün bunun iki səbəbi var: praktiki və nəzəri. Praktiki nöqteyi nəzərdən onun hesablama texnikasının müxtəlif sahələrinə aid olan əsas alqoritmlərin standart yığımı haqqında təsəvvürü olmalıdır. Bundan başqa o, yeni alqoritmləri tərtib etməyi və onların effektivliyini analiz etməyi bacarmalıdır. Nəzəri nöqteyi nəzərdən alqoritmika (algorithmics) adlanan alqoritmlərin öyrənilməsi prosesi informatikanın (computer science) əsası hesab edilir. Devid Harel (David Harel) öz “Algorithmics: the Spirit of Computing” (“Alqoritmika: hesablamların ruhu”) kitabında yazır: “Alqoritmika informatikanın bir bölməsi yox, onun əsasıdır və ürəklə demək olar ki, o, müasir elm, texnika və biznesə əhəmiyyətli dərəcədə təsir edib [[6], s.6].”

Alqoritmlərin öyrənilməsi olduqca vacibdir, çünki alqoritmərsiz heç bir kompüter proqramını yazmaq olmaz. Kompüter proqramlarını tərtib etmək insanın peşə fəaliyyətinin bütün sferalarında (və şəxsi həyatında da) əhəmiyyətli olduğu üçün, alqoritmlərin öyrənilməsi geniş əhatədə insanlar üçün çox vacib məsələyə çevrilir.

Alqoritmlərin öyrənilməsinin bir səbəbi də ondan ibarətdir ki, bu proses tələbələrin analitik düşünməsini inkişaf etdirir.

İnformatika və alqoritmika tarixi sahəsi üzrə dünyada tanınan, görkəmli alim Donald Knut yazır: “İnformatika sahəsi üzrə yaxşı təlim almış mütəxəssis alqoritmlərlə işləməyi – onları tərtib etməyi, dəyişdirməyi, başa düşməyi və analiz etməyi yaxşı bacarmalıdır. Bu biliklər tək kompüter proqramlarını yaxşı yazmağa imkan verəcək, həm də kimya, linqvistika, musiqi və s. kimi digər elmlərin öyrənilməsində qiymətsiz kömək göstərəcək, universal düşüncə aparatının əsası olacaq. Bunun səbəbini belə izah etmək olar: deyirlər ki, insan heç nəyi onu kiməsə başa salmayana kimi başa düşmür. Mən bunu belə deyərdim: insan predmeti onu kompüterə öyrədənə kimi, yəni bunu alqoritm şəklində təsvir edənə kimi, dərindən başa düşmür. Nəyinsə alqoritm şəklində formallaşdırması cəhdi onun daha dərin başa düşülməsinə gətirir, nəinki, onun ənənəvi üsulla dərk edilməsi [[7], s.9].”

Amerika ensiklopediya lüğətində (American Heritage Dictionary) “analiz (analysis)” sözü “maddi və mənəvi bir bütövün öyrənmə məqsədi ilə tərkib hissələrə ayrılması” kimi təyin olunur.

Alqoritmlərin analizi dedikdə alqoritmlərin effektivliyinin araşdırılması prosesi başa düşülür. Alqoritmlərin effektivliyi (efficiency) iki parametrlə - alqoritmın yerinə yetirilməsi vaxtı və tələb olunan yaddaş tutumu ilə qiymətləndirilir.

Bir çox məsələlərin həllində olduğu kimi iki ədədin ən böyük ortaq böləninin (ƏBOB-un) tapılması üçün də bir neçə alqoritm mövcuddur. İki mənfi olmayan ədədlərin (m və n , m və n eyni zamanda sıfıra bərabər olmaması şərt ilə) ən böyük ortaq ədədinin tapılması funksiyasını $gcd(m,n)$ ilə işarə edək ("greatest common divisor" ingilis sözlərindən alınıb). Tərifinə görə bu funksiya m və n -in qalıqsız bölünənlərindən ən böyük tam ədədi (yəni ümumi bölünənlərinin ən böyüyünü) tapmalıdır. Əksəriyyət məsələlərin həlli zamanı olduğu kimi ƏBOB-un hesablanması da bir neçə alqoritməli mövcuddur. Qədim yunan alimi Evklid bu məsələnin həlli alqoritmını şərh etmişdi. Evklid alqoritmı aşağıdakı bərabərliklərin rekurent hesablanmasına əsaslanır:

$$gcd(m,n) = gcd(m-n, n), \text{ əgər } m > n \text{ (çıxma üsulu),}$$

$$gcd(m,n) = gcd(n, m \bmod n), \text{ əgər } m > n \text{ (bölmə üsulu).}$$

Çıxma üsulunda iki ədəddən böyüyünü bu ədədlərin fərqi ilə əvəz edilir. Bu proses sıfırdan fərqli iki eyni ədəd alınana qədər davam etdirilir. Sonda alınmış ədəd verilmiş ədədlərin ən böyük ortaq böləni olacaq. Məsələn,

$$\begin{aligned} gcd(140,96) &= gcd((96,44) = gcd(44,12) = gcd(32,12) = gcd(20,12) = gcd(12,8) = \\ &= gcd(8,4) = gcd(4,4) = 4 \end{aligned}$$

Bölmə üsulunda ($m \bmod n$) ifadəsi m -in n -ə bölünməsi nəticəsində alınan qalıqdır. Alqoritmın icrası ($m \bmod n$) ifadəsi 0-a bərabər olanda tamamlanır. $gcd(m,0)=m$ olduğuna görə m -in sonuncu qiyməti də ilkin ədədlərin ən böyük ortaq böləni olacaq (çünki həm m və həm 0 m -ə bölünür).

$$gcd(140,96) = gcd((96,44) = gcd(44,12) = gcd(12,8) = gcd(8,4) = gcd(4,0) = 4$$

Misallardan gününür ki, Evklid alqoritmının bölmə üsulu daha tez icra olunur, yəni daha effektivdir.

Bu məsələnin digər iki həll üsullarına baxaq. Bunlardan birincisi m və n -in qalıqsız bölünən ən böyük tam ədədin seçilməsinə əsaslanır. Aşkardır ki, belə ümumi bölünən iki ədədin ən kiçiyindən böyük ola bilməz. Onu $t = \min\{m,n\}$ kimi işarə etmək olar. Ona görə alqoritmın icrasını hər iki m və n ədədlərin t -ya qalıqsız bölünməsinin yoxlanılmasından başlamaq olar. Əgər bu doğrudur, onda t ədədi nəticə olacaq, əks halda t -nın qiymətini bir vahid azaldıb, yoxlamayı təkrar aparmaq lazımdır. Məsələn, yuxarıda baxdığımız (140,96) ədədlər cütü üçün alqoritmın icrası qalıqsız bölünmənin yoxlanması 96 ədədi üçün başlanılır, sonra – 95 üçün, daha sonra – 94 üçün və s., və t -in qiyməti 4 olanda alqoritmın işi tamamlanır.

Qeyd etmək lazımdır ki, Evklid alqoritmından fərqli olaraq, əgər ilkin verilənlərdən heç olmasa biri sıfıra bərabər olsa, bu alqoritm düzgün işləməyəcək. Bu misal alqoritmın ilkin parametrlərinin mümkün qiymətlər diapazonunun aşkar edilməsinin vacibliyini göstərir.

Əbob-un tapılmasının üçüncü üsulu opta məktəb kursundan tanışdı.

$$140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7; \quad 96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad gcd(140,96) = 2 \cdot 2 = 4.$$

Son üsullara aid göstərilən misallardan görünür ki, onlar Evklid alqoritmından daha ləng işləyir. Məktəb üsulunun aşağı effektivliyini nəzərə almasaq da, bu alqoritmın psevdokodunda verilmiş ədədlərin sadə vuruqlara ayrılması tələb olunur və sadə ədədlərin siyahısı lazım olur. Bu da verilmiş ədəddən böyük olmayan sadə ədədlərin ardıcılığını yaradılması alqoritmın

yazılmasını tələb edir. Bu alqoritm qədim Yunanıstanda yaradılıb (təqribən e.ə 200) və Eratosfen ələyi (sieve of Eratosthenes (təkcə 1-ə və özünə qalıqsız bölünən ədədlərin axtarışı üsulu) adlanır.

Əvvəlcə 2-dən n -ə qədər tam ədədlər ardıcılığın siyahısını tərib edək. Məsələn, $n=20$ – dən çox olmayan sadə ədədləri seçmək üçün 2-dən 20-yə qədər ədədlər ardıcılığının siyahısı tərtib edək:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Bu siyahıdan sadə ədədləri seçəcəyik. Alqoritmın birinci keçidində 2-ni saxlayıb, 2-yə bölünən bütün ədədləri (yəni 2-nin misillərini) silirik.

2 3 5 7 9 11 13 15 17 19

Sonra siyahıdan növbəti elementi (yəni 3-ü) seçirik və onun misillərini siyahıdan silirik.

2 3 5 7 11 13 17 19

Növbəti 4 ədədi 2-nin misli olduğuna görə birinci keçiddə silinib və onun üçün siyahıda keçid aparmağa ehtiyac olmur (eyni olaraq bu alqoritmə əvvəlki keçidlərdə silinmiş növbəti ədədlər üçün keçid aparmaq lazım olmur).

Siyahının növbəti elementi 5 ədədir, sonra 7 ədədidir və s., ancaq onların misilləri artıq silinib və yeni keçidlər aparmağa ehtiyac olmur. Alqoritmın icrası siyahıda silinməsi mümkün olan ədədlərin qalana kimi davam edir. Alqoritmın icrasından sonra siyahıda qalan ədədlər sadə ədədlərdir. Sual yaranır: hansı ən böyük ədəd üçün siyahıda hələ onun misilləri silinməmiş qalır? Suala cavab verməkdən əvvəl qeyd edək ki, əgər p – cari keçiddə misilləri silinən ədəddir, onda əvvəlki keçiddə silinən onun misilləri –

$2 \cdot p, 3 \cdot p, \dots, (p-1) \cdot p$ olmalıdır və silinməni $p \cdot p$ ədədindən başlamaq lazımdır. Belə etdikdə eyni ədədin bir dəfədən çox silinməsindən qaçmaq olar. Aşkardır ki, $p \cdot p \leq n$. Buna görə p ədədi tam $\sqrt{n}$ ədədindən böyük olmamalıdır ($\sqrt{n}$ tam olmadıqda tam hissəsi götürülür). Alqoritmə dövrün təkrarlanması şərti kimi alternativ variantda $p \cdot p \leq n$ bərabərsizliyi istifadə etmək olar.

İndi Eratosfen ələyi alqoritmını məktəbdə keçilən Əbobun axtarılması üsulu ilə birləşdirmək olar. Bu alqoritmə giriş parametrlərin biri ya hər ikisinin 1-ə bərabər olmasını xüsusi hal kimi kənarlaşdırmaq lazımdır (1 ədədi sadə ədəd olmadığına görə).

Beləliklə, ən böyük ortaqlar böləninin axtarışı məsələsinin həlli üçün bir neçə müxtəlif alqoritm göstərdik. Eyni məsələnin həlli üçün müxtəlif alqoritmlər qurmaq olur. Alqoritmlərin analizi bizə alqoritmın seçilməsi üçün alətdir. Hər bir alqoritmın işinin effektivliyi müxtəlif xarakteristikalar ilə şərh olunur. Eyni məsələnin iki müxtəlif alqoritmını müqayisə etmək üçün alqoritmlərin effektivliyinin müxtəlif xarakteristikaları təyin edilmişdir. Heç vaxt müxtəlif məsələlərin alqoritmləri müqayisə olunmur, məsələn, massivlərim vurulması və massivlərin nizamlanması alqoritmləri müqayisə olunmur, ancaq massivlərin nizamlanmasının müxtəlif alqoritmləri müqayisə olunur. Alqoritmın effektivliyini analiz etməkdən əvvəl isbat etmək lazımdır ki, bu alqoritm məsələni düzgün həll edir. Əks halda alqoritmın effektivliyinin analizinin mənası olmur.

Əgər alqoritm məsələnin mümkün olan ixtiyari verilənləri üçün məsələnin tələbinə uyğun nəticə verirsə, onda bu alqoritm **düzgün** (correct) hesab edilir. Bu halda deyirlər ki, alqoritm verilən məsələni həll edir (solves). Düzgün olmayan alqoritm (bəzi verilənlər üçün) dayanmaya bilər və ya səhv nəticə verə bilər.

Alqoritmlərin analizi istifadə olunan kompüter və proqramlaşdırma dilindən asılı deyil. Biz alqoritmı psevdokodda təsvir edəcəyik. **Psevdokod** (pseudocode) təbii dillərin (adətən, ingilis) və proqramlaşdırma dilində istifadə olunan konstruksiyaqların qarışığından ibarətdir. Alqoritmın psevdokodda təsviri təbii dilində təsvirindən daha dəqiq və yığcam olur. Mütəxəssislər indiyə qədər psevdokodun heç bir formasını standart kimi qəbul etməmişlər. Müxtəlif kitablarda psevdokodun müxtəlif “dialektləri” ilə rastlaşmaq olur. Hansısa proqramlaşdırma dilini bilən hər kəs bu dialektlərin istifadəsini başa düşə bilər.

Psevdokod – proqramlaşdırma dilinin açar sözlərini istifadə edən və onların xüsusi sintaksisinə riayət etməyən alqoritmın təsvir etmə dilidir.

Alqoritm effektivliyinin analizinin iki növü mövcuddur : vaxt effektivliyi və tutum effektivliyi. **Vaxt effektivliyi (time efficiency)** alqoritm işinin sürətinin indikatorudur. **Tutum (fəza) effektivliyi (space efficiency)** alqoritmın işinə nə qədər əlavə əməli yaddaşı lazım olduğunu göstərir. EHM-lərin inkişafının ilk dövründə iki əsas göstəricilər çox vacib idi: mərkəzi prosessorun sürəti və əməli yaddaşın tutumu. İndiki dövrdə 60 ildən çox baş vermiş fasiləsiz sürətli texniki tərəqqi nəticəsində bu göstəricilər qat-qat artmışdır. İndi alqoritmın işinə əlavə lazım olan əməli yaddaş tutumuna tələbat azalmışdır. Ona görə hal hazırda əsas diqqət alqoritmın vaxt effektivliyinə yetirilir.

Bir çox alqoritmlərin yerinə yetirilməsi vaxtı giriş verilənlərin ölçülərindən asılıdır (verilənlərin sayı nə qədər çoxdur, alqoritmın işinə o qədər çox vaxt sərf edilir). Məsələn, böyük massivlərin çeşidlənməsi, böyük massivlərin vurulması alqoritmləri kifayət qədər vaxt aparır. Buna görə alqoritmlərin effektivliyinə müəyyən bir giriş verilənlərin ölçüsü ilə bağlı olan parametrlərin (n) funksiyasına kimi baxmaq olar. Məsələn, siyahıların emalı ilə bağlı olan məsələlərdə (ən kiçik və ya ən böyük elementin siyahıda axtarışı, siyahının nizamlanması və s.) belə parametr kimi siyahının ölçüsü götürülə bilər. Çoxxədlinin $p(x) = a_n x^n + \dots + a_0$ qiymətinin hesablanması məsələsi üçün belə parametr kimi çoxxədlinin dərəcəsi n və ya çoxxədlinin dərəcəsiindən 1 vahid çox olan çoxxədlinin əmsallarının sayını götürmək olar.

Alqoritm analizində ilkin verilənlərin rolu çox böyükdür. İlkin verilənlərdən alqoritmın analizini öyrənmək üçün aşağıdakı misala baxaq. Tutaq ki, siyahıda verilən n elementdən maksimumunu tapaq.

```
max = list[1];
for i=2 to n do
  if max < list[i] then
    max = list[i];
  end if
end for.
```

Tutaq ki, max element siyahıda 1 yerdə yerləşir. Bu halda 1 mənimsətmə operatoru yerinə yetirilir. Tutaq ki, max element siyahıda axırıncı yerdə yerləşir bu halda n mənimsətmə operatoru yerinə yetirilir. Əgər max elementi siyahıda 2-ci yerdə yerləşərsə 2 mənimsətmə operatoru yerinə yetirilər. Göründüyü kimi əməliyyatların sayı ilkin verilənlərin seçilməsindən asılı olur. Belə ki, bir ilkin verilənlər üçün alqoritmı daha sürətli işləyər, digər ilkin verilənlər üçün alqoritm zəif işləyər. Ona görə də alqoritmın mürəkkəbliyinin tətbiqində ilkin verilənləri siniflərə bölmək lazımdır. $N=10$ götürsək bu siyahıda mümkün yerdəyişmələrin sayı $10!=3628800$. Bütün yerdəyişmələr üçün alqoritmı analiz etmək çox çətin olar. Bu halda alqoritmın ilkin verilənlərini aşağıdakı kimi siniflərə bölmək olar.

I sinfə max element I yerdə yerləşən çoxluqları daxil edək.

II sinfə max element II yerdə yerləşən çoxluqları daxil edək və s.

Beləliklə bu məsələnin ilkin verilənlərini 10 sinfə bölmək olar.

Bu halda hər sinfdə olan çoxluqların sayı 362880 olar. Alqoritmın mürəkkəbliyinin analizində hər sinfdən bir çoxluğu götürmək kifayətdir. Bu çoxluq üçün olan əməliyyatlarının sayı bu sinfə daxil olan digər çoxluqlar üçün də eynidir.

Müasir kompüterlərin yaddaşının tutumu çox böyük olduğuna görə alqoritmlərin analizində yaddaşın qiymətləndirilməsinə az fikir verilir. Müasir proqram təminatına daxil olan proqramların tərtib olunmasında əsas məqsəd əməliyyatların sayının minimal olması, vaxtın minimal olması götürülür.

Alqoritmlərin yerinə yetirilməsi vaxtının ölçü vahidinin seçilməsində ümumi qəbul edilmiş *vaxtın ölçülməsi vahidlərdən* (saniyə, millisaniyə və s.) istifadə etmək olardı. Ancaq belə yanaşmanın aşkar çatışmazlıqları var. Bu çatışmazlıqlar *konkret kompüterin sürətindən*, maşın kodunun qenerasiyası üçün istifadə olunan *kompilyatorun tipindən* və s. asılıdır. Bizim qarşımızda alqoritmı reallaşdıran *proqramın effektivliyi yox* alqoritmın effektivliyinin ölçülməsi məsələsi durur. Buna görə elə ölçü sistemindən istifadə etmək lazımdır ki, o, yuxarıda göstərilən *kənar faktorlardan* asılı olmasın. Mümkün yanaşmalardan biri alqoritmın hər bir yerinə yetirilən əməliyyatlarının sayını hesablamaqdır. Ancaq bu çox çətin olardı. Ona görə biz gərək baza əməliyyatlar (basic operation) adlanan alqoritmədə icra olunan əsas əməliyyatların siyahısını təyin edək və müəyyənləşdirək ki, bunlardan hansının icrasına daha çox vaxt sərf edilir və bunların neçə dəfə icra olunduqlarını hesablayaq. Adətən, əsas əməliyyatların siyahısını təyin etmək hələ də çətin olmur. Bunlara daxili dövrün işində yerinə yetirilən və çox vaxt aparan əməliyyatlar aid edilir. Məsələn, bir çox çeşidləmə alqoritmlərində nizamlanan siyahının iki elementinin (açarların) müqayisəsi metodu istifadə olunur. Belə növ alqoritmlərdə əsas əməliyyat kimi *açarların müqayisəsi əməliyyatı* sayılır.

Matrislərin bir-birinə vurulması və çoxhəddlinin qiymətinin hesablanması alqoritmlərində iki əsas əməliyyatlar – vurma və toplama, istifadə olunur. Bir çox kompüterlərdə iki tam ədədin vurması əməliyyatı toplama əməliyyatından daha çox vaxt aparır. Buna görə, bu alqoritmlərin analizində vurma əməliyyatı baza əməliyyatların siyahısına daxil olur. Beləliklə, alqoritmlərin effektivliyi n ölçüdə giriş verilənlərin emalında yerinə yetirəcəyi əsas əməliyyatların sayı ilə qiymətləndirilir.

Tutaq ki, c_{op} - müəyyən kompüterdə əsas əməliyyatın yerinə yetirilməsi vaxtıdır, və $C(n)$ – alqoritmın icrası zamanı bu əməliyyatın yerinə yetirilməsi sayıdır. Onda verilən kompüterdə bu *alqoritmı reallaşdıran proqramın icrası vaxtı* təqribən bu düsturla təyin etmək olar:

$$T(n) \approx c_{op} C(n)$$

Aydındır ki, bu düsturdan çox ehtiyatlı istifadə etmək lazımdır. $C(n)$ sayğacın qiymətində alqoritmədə icra olunan əsas olmayan əməliyyatların sayı nəzərə alınmır. Bundan başqa adətən sayğacın qiyməti təqribi təyin etmək olur. c_{op} sabitinin qiyməti də təqribi təyin olur və onun dəqiqliyini qiymətləndirmək asan deyil. Buna baxmayaraq bu düstur sonsuz böyük olmayan və sonsuz kiçik olmayan qiymətlər üçün alqoritmın icrası vaxtının qəbul oluna bilən qiymətləndirməsini verir.

Bu düstur aşağıdakı suallara cavab verməyə imkan verir:

Verilən alqoritmın bu kompüterdə reallaşması, sürəti bu kompüterin sürətindən 10 dəfə çox olan kompüterdə neçə dəfə cəld işləyəcək? Belə gələ bilər ki, cavab aşkardır – 10 dəfə.

Və ya tutaq ki, $C(n)=n(n-1)/2$. Giriş verilənlərin ölçüsünü 2 dəfə artırısaq, proqramın icrası vaxtı nə qədər uzanacaq? Cavab belə olacaq – təqribən 4 dəfə uzanacaq.

Doğrudan da, kifayət qədər böyük n üçün aşağıdakı düstur doğrudur:

$$C(n)=\frac{1}{2} n(n-1)=\frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n \approx \frac{1}{2} n^2$$

$$\frac{T(2n)}{T(n)} \approx \frac{c_{op}C(2n)}{c_{op}C(n)} \approx \frac{\frac{1}{2} (2n)^2}{\frac{1}{2} n^2} \approx 4$$

2-ci sualın cavabına görə c_{op} -nin real qiymətini bilmək lazım deyil, çünki yuxarıdakı kəsrdə o ixtisar olunur. $\frac{1}{2}$ sabit vuruğu da $C(n)$ üçün düsturda ixtisar olunur. Bu səbəblərə görə alqoritmın effektivliyinin analizində kifayət qədər böyük olan qiriş verilənlər üçün **sabit vuruqlar nəzərə alınmır** və əsas əməliyyatların **artma sürətinin (order of growth)** qiymətləndirilməsinə (sabit vuruğu dəqiqliyi ilə) diqqəti yönəldirlər.

Alqoritmlərin effektivliyinin analizinin əsas məqsədi alqoritmın yerinə yetirilməsi vaxtının giriş verilənlərin sonuzluğa yaxınlaşanda artma sürəti tərtibinin təyin edilməsidir.

Alqoritmlərin effektivliyini ifadə edən onların asimptotik artma sürətinin funksiyalarının müqayisəsi üçün O , θ və Ω işarələrdən istifadə olunur. Əksəriyyət alqoritmlərin effektivliyi bir neçə siniflərə bölünür – sabit, loqarifmik, xətti, $n \log n$, kvadratik, kubik və eksponensial.

Ədəbiyyat

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ: М.ЦНМО, 2013.
2. Макконелл Дж. Основы современных алгоритмов. 2-е дополненное издание. М.: Техносфера, 2004.
3. Кнут Д. Искусство программирования. Тома 1, 2, 3. 3-е изд. Пер. с англ. : Уч.пос. М.: Изд. дом "Вильямс", 2003.
4. Левитин А.В. Алгоритмы. Введение в разработку и анализ. М.: Издательский дом "Вильямс" 2008 год.
5. Ахо А., Хопкрофт В., Ульман Д. Структуры данных и алгоритмы. М.: «Вильямс», 2000, -384с.
6. Harel D. Algorithmics:The Spirit of Computing, 2nd ed. Addison-Wesley, Reading, MA, 1992.
7. Knuth D.E. Selected Papes on Computer Scince. CSLI Publications and Cambridge University Press, New York, 1996.

ОСНОВЫ АНАЛИЗА АЛГОРИТМОВ

Бабаева Шакар Маарифовна

Резюме

Настоящий компьютерный профессионал должен уметь представление о стандартном наборе основных алгоритмов, относящихся к разным областям вычислительной техники и должен уметь разрабатывать новые алгоритмы и анализировать их эффективность. Для решения одной и той же задачи может существовать несколько разных алгоритмов. Анализ алгоритмов является инструментом для выбора алгоритма.

В этой статье мы познакомимся с основными понятиями, используемым для анализа эффективности алгоритмов. Имеются два вида эффективности алгоритмов:

временной и пространственной. В настоящее время основное внимание сосредотачивается на временной эффективности. Эффективность алгоритмов оценивается по количеству основных операций, которые должен выполнить алгоритм при обработке входных данных размера n . Основной целью анализа эффективности алгоритмов является определение порядка роста времени выполнения алгоритма в случае, когда размер входных данных стремится к бесконечности.

FUNDAMENTALS OF ALGORITHMS ANALYSIS

Babayeva Shakar Maarif

Summary

A true computer professional should be able to understand a standard set of basic algorithms related to different areas of computer technology and should be able to develop new algorithms and analyze their effectiveness. There can be several different algorithms for solving the same problem. Algorithms analysis is a tool for choosing an algorithm.

In this article, we will get acquainted with the basic concepts used to analyze the effectiveness of algorithms. There are two types of algorithm efficiency: temporal and spatial. Currently, the focus is on time efficiency. The efficiency of algorithms is estimated by the number of basic operations that the algorithm must perform when processing input data of size n . The main purpose of the analysis of the efficiency of algorithms is to determine the order of growth of the execution time of the algorithm in the case when the size of the input data tends to infinity.

Rəyçi: dosent Aslanov Ə.Ə.

İnformatika və Cəbr kafedrasının 23 may 2022-ci il tarixli iclasın 05 sayılı protokolu

Daxil olma tarixi 25 may 2022-ci il